Varianta 018

SUBIECTUL I

a) $\bar{z} = 1 - 7i$**.**

b) $d(D, d) = \frac{7\sqrt{2}}{2}$.

c) $2\cos^2\frac{\pi}{3} - 1 = -\frac{1}{2}$.

d) $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \\ -3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$ punctele L, M, N sunt coliniare.

e) $S_{ABC} = 16\sqrt{3}$.

f) $P = 40$.

SUBIECTUL II

1.

a) $a_4 = 24$**.**

b) $p = \frac{2}{5}$**.**

c) $(f \circ f)(-1) = f(f(-1)) = 1$.

d) $x = \pm 1$.

e) $x_1 + x_2 = 1$.

2.

a) $f'(x) = 2xe^{x^2}$.

b) $\int_0^1 f'(x)dx = e - 1$.

c) x=0 punct de extrem local.

d) $\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 2e$.

e) $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2}\ln 2$.

SUBIECTUL III

a) $x_1 = 2,\ x_2 = 4.$

b) $\det(A) = 8$.

c) $A^2 = \begin{pmatrix} 10 & 6 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$.

d) Efectuând împărțirea obținem câtul $X + 6$.

e) $A^2 - 6A + 8I_2 = O_2$.

f) Soluția este x=0 şi y=0.

g) Fie $P(n): A^n = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4^n + 2^n & 4^n - 2^n \\ 4^n - 2^n & 4^n + 2^n \end{pmatrix}$.

$P(1): A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ (A).

Presupunem $P(k)$ (A) şi demonstrăm $P(k+1)$ (A), unde k≥1.

Dar $A^{k+1} = A^k \cdot A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4^k + 2^k & 4^k - 2^k \\ 4^k - 2^k & 4^k + 2^k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4^{k+1} + 2^{k+1} & 4^{k+1} - 2^{k+1} \\ 4^{k+1} - 2^{k+1} & 4^{k+1} + 2^{k+1} \end{pmatrix}$.

De unde $P(n)$ este (A), ∀n∈ **N*.**

SUBIECTUL IV

a) $f'(x) = \frac{x}{x+1}$.

b) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 0$.

c) $f'(x) \le 0, \forall x \in (-1, 0] \Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe (-1,0].

d) Deoarece $f'(x) \ge 0, \forall x \in [0, \infty) \Rightarrow f$ este strict crescătoare pe [0, ∞) $\Rightarrow$
$f(x) \ge f(0) \Rightarrow x \ge \ln(1+x), \forall x \ge 0$.

e) $\int_0^1 (x - \ln(x+1))dx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 - \int_0^1 x' \ln(x+1)dx = \frac{1}{2} - x\ln(x+1)\Big|_0^1 + \int_0^1 \frac{x}{x+1}dx = \frac{3}{2} - 2\ln 2.$

f) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x - \ln(x+1)}{x} \underset{l'H}{=} \lim\limits_{x \to \infty} \frac{x}{x+1} = 1$.

g) Din **d)** pentru x=$\frac{1}{2007} \Rightarrow \frac{1}{2007} > \ln\frac{2008}{2007}$.